Universidade Federal do Rio de Janeiro – Instituto de Física
Física III – 2014/1 – Prova Final: 26/05/2014
Versão: $\boxed{\text{A}}$

Formulário

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\rm e} = q\vec{\boldsymbol{E}}\,, \qquad \vec{\boldsymbol{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\mathscr{r}^2}\hat{\boldsymbol{\mathscr{r}}} \;\; (\varepsilon_0 = 8{,}85\times 10^{-12}\ \text{F/m}), \qquad \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{E}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}} = \frac{Q_{\rm int}}{\varepsilon_0}\,, \qquad \vec{\boldsymbol{E}} = -\vec{\boldsymbol{\nabla}}V\,, \qquad V = k_0\frac{q}{\mathscr{r}}\,,$$

$$U = k_0\frac{qq'}{\mathscr{r}}\,, \qquad C = Q/V\,, \qquad u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\,, \qquad I = \int_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{J}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}}\,, \qquad \vec{\boldsymbol{J}} = nq\vec{\boldsymbol{v}}\,, \qquad V = RI\,, \qquad P = VI\,,$$

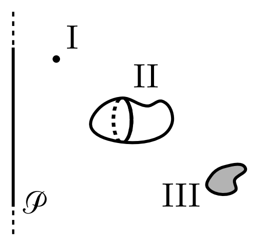
$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\rm m} = q\vec{\boldsymbol{v}}\times\vec{\boldsymbol{B}}\,, \qquad d\vec{\boldsymbol{F}}_{\rm m} = Id\vec{\boldsymbol{\ell}}\times\vec{\boldsymbol{B}}\,, \qquad \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}} = 0\,, \qquad \vec{\boldsymbol{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{\mathcal{C}} \frac{Id\vec{\boldsymbol{\ell}}\times\hat{\boldsymbol{\mathscr{r}}}}{\mathscr{r}^2}\,,$$

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I_{\rm enc} + \mu_0\epsilon_0\frac{d\Phi_{\vec{\boldsymbol{E}}}}{dt}\,, \qquad \mathcal{E}_{\rm ind} = -\frac{d\Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}}}{dt}\,, \qquad \Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}} = LI\,, \qquad u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$$

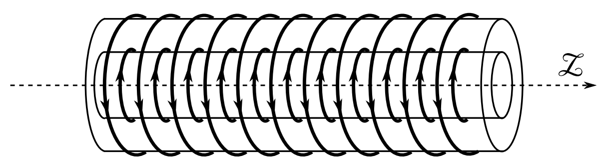
Seção 1. Múltipla escolha (8×0,6 = 4,8 pontos)

1. Próximo a um plano (infinito) $\mathscr{P}$, com densidade superficial de carga $\sigma = \text{const} \neq 0$, temos três sistemas, todos com a mesma carga elétrica (não nula): (I) uma partícula (pontual), (II) um sólido uniformemente carregado, e (III) uma chapa bi-dimensional, também uniformemente carregada. Assinale a opção que melhor indica a relação entre os módulos das forças elétricas devidas ao plano sobre cada um dos sistemas.

   (a) $F_{\rm I} = F_{\rm II} = F_{\rm III}$.
   (b) $F_{\rm I} > F_{\rm II} > F_{\rm III}$.
   (c) $F_{\rm II} > F_{\rm III} > F_{\rm I}$.
   (d) $F_{\rm I} > F_{\rm II} > F_{\rm III}$.
   (e) $F_{\rm I} > F_{\rm III} > F_{\rm II}$.



2. Cada um de dois longos solenóides coaxiais é percorrido por uma corrente elétrica estacionária, de mesma intensidade I, porém com sentidos contrários. Ambos os solenóide têm o mesmo comprimento L, sendo que o interno possui raio $R_{\rm i}$ e $N_{\rm i}$ voltas, ao passo que o externo possui raio $R_{\rm e}$ e $N_{\rm e}$ voltas, sendo $L \gg R_{\rm e} > R_{\rm i}$ e $N_{\rm i}, N_{\rm e} \gg 1$. Sendo r a distância até o eixo comum dos solenóides, e considerando o campo magnético fora dos dois solenóides igual a $\mathbf{0}$, podemos expressar o campo magnético dentro do solenóide interno ($0 \leq r < R_i$) e entre os dois solenóides ($R_i < r < R_e$), respectivamente, como



   (a) $\mu_0\,(N_{\rm e} - N_{\rm i})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $\mu_0 N_{\rm e} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
   (b) $\mu_0\,(N_{\rm i} - N_{\rm e})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $-\mu_0 N_{\rm e} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
   (c) $\mu_0 N_{\rm e} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $\mu_0\,(N_{\rm e} - N_{\rm i})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
   (d) $-\mu_0 N_{\rm e} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $\mu_0\,(N_{\rm i} - N_{\rm e})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
   (e) $\mu_0\,(N_{\rm e} - N_{\rm i})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/r$; $\mu_0 N_{\rm e} I\hat{\boldsymbol{z}}/r$.

3. Um fio de cobre, cuja resistividade elétrica é $2{,}0\times10^{-8}$ $\Omega\cdot$m e constante dielétrica praticamente igual a 1, tem área de seção reta uniforme igual a 4 mm^2. Num dado instante, a corrente que passa pelo fio é de 20 A, mas está crescendo à taxa de $5{,}0\times10^3$ A/s. O número que melhor se aproxima da razão entre a corrente de deslocamento dentro do fio e a corrente de condução, nesse instante, é

   (a) 10^{-5}.
   (b) 10^{-10}.
   (c) 10^{-16}.
   (d) 1.
   (e) 10^5.
   (f) 10^{10}.
   (g) 10^{16}.

4. Analise as seguintes afirmativas: (I) As linhas de campo elétrico nunca se iniciam em um ponto no espaço; (II) As linhas de campo elétrico nunca se cruzam em um ponto do espaço; e (III) As linhas de campo elétrico nunca são fechadas. Qual(is) é(são) verdadeira(s)?

   (a) Apenas a I.
   (b) Apenas a II.
   (c) Apenas a III.
   (d) Apenas a I e a II.
   (e) Apenas a I e a III.
   (f) Apenas a II e a III.
   (g) Todas são verdadeiras.
   (h) Nenhuma é verdadeira.

5. Analise as seguintes afirmativas: (I) Em uma certa região do espaço, a carga elétrica total é zero; logo, em qualquer ponto de sua superfície fronteiriça, o campo elétrico também é zero; (II) Em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico no interior de um material isolante, é, necessariamente, zero; e (III) Se um condutor, em equilíbrio eletrostático, é neutro, então a densidade superficial de carga em qualquer ponto de sua superfície é nula. Qual(is) é(são) verdadeira(s)?

   (a) Apenas a I.
   (b) Apenas a II.
   (c) Apenas a III.
   (d) Apenas a I e a II.
   (e) Apenas a I e a III.
   (f) Apenas a II e a III.
   (g) Todas são verdadeiras.
   (h) Nenhuma é verdadeira.

6. Qual das afirmações abaixo é verdadeira?

   (a) A capacitância de um capacitor, por definição, é a quantidade total de carga que ele pode acumular.
   (b) Ao variarmos a diferença de potencial entre as placas de um capacitor dado, fixo, de placas paralelas, variamos a sua capacitância.
   (c) Para um capacitor dado, fixo, de placas paralelas, ao dobrarmos a carga em cada placa, dobramos a sua capacitância.
   (d) A capacitância de um capacitor dado, fixo, aumenta, quando inserimos algum material isolante entre suas placas, todo o resto mantendo-se inalterado.
   (e) Ao dobrarmos a carga armazenada em um dado capacitor, também dobramos a energia armazenada nele.

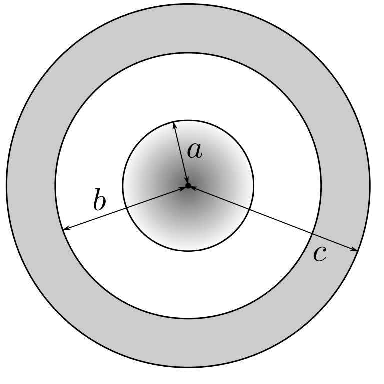
7. Dois fios retilíneos muito longos, paralelos, a uma distância de 1 m entre si, transportam, cada um, uma corrente elétrica estacionária de 1 A. O módulo da força magnética por unidade de comprimento que cada um exerce sobre o outro é
   (a) $4\pi\mu_0$ A^2/m.
   (b) $2\pi\mu_0$ A^2/m.
   (c) $\pi\mu_0$ A^2/m.
   (d) μ_0/π A^2/m.
   (e) $\mu_0/(2\pi)$ A^2/m.
   (f) $\mu_0/(4\pi)$ A^2/m.

8. Considere as seguintes afirmações: (I) Em uma dada região, existe, originalmente, um campo magnético constante (estacionário e uniforme) e uma superfície aberta plana. Se o módulo de tal campo for dobrado e a área da superfície for quadruplicada, mantendo-se plana e com a mesma orientação, então o fluxo de campo magnético, através da nova superfície, cresce por um fator quatro, em comparação com a antiga superfície; (II) De acordo com a lei de Faraday, a condição necessária e suficiente para que uma força eletromotriz seja induzida em um circuito fechado é a presença no circuito de um campo magnético que varia com o tempo; e (III) Se uma espira condutora próxima a um ímã começa a afastar-se desse, então surge uma força repulsiva entre o ímã e a espira. Qual(is) é(são) a(s) afirmativa(s) correta(s)?
   (a) Somente a I.
   (b) Somente a II.
   (c) Somente a III.
   (d) Somente a I e a II.
   (e) Somente a I e a III.
   (f) Somente a II e a III.
   (g) Todas estão corretas.
   (h) Nenhuma está correta.

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

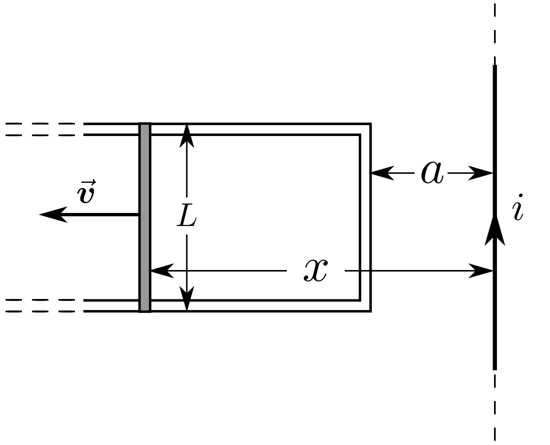
Todas as respostas devem ter justificativas!

1. [2,6 pontos] Um cilindro circular, muito longo, possui uma densidade volumar de carga elétrica estacionária, mas não uniforme $\rho(r) = A/r$, onde $A =$ const e r é a usual coordenada radial, medida a partir do eixo de simetria do cilindro. Envolvendo tal cilindro, temos uma casca cilíndrica circular espessa, coaxial, também muito longa, de raios interno b e externo c, condutora e neutra.
   (a) Determine a carga por unidade de comprimento axial, no cilindro interno. [0,5 ponto]
   (b) Determine o campo elétrico em um ponto genérico dentro do cilindro interno, com coordenada radial $0 \leq r \leq a$. [0,7 ponto]
   (c) Determine o campo elétrico em um ponto genérico na região entre os dois cilindros, com coordenada radial $a \leq r < b$. [0,5 ponto]
   (d) Determine o campo elétrico em um ponto genérico dentro da casca condutora, com coordenada radial $b < r < c$. [0,4 ponto]
   (e) Determine o campo elétrico em um ponto genérico na região exterior aos dois cilindros, com coordenada radial $c < r < \infty$. [0,5 ponto]



2.

[2,6 pontos] A figura mostra uma barra retilínea condutora, de massa m, comprimento L e resistência elétrica R, movendo-se com uma velocidade constante $\vec{v}$ ao longo de trilhos condutores, retilíneos horizontais, fixos. Tal circuito está sob ação de um campo magnético gerado por uma corrente elétrica estacionária i fluindo por um fio retilíneo longo, paralelo à barra e no mesmo plano do circuito. A resistência dos trilhos, assim como a capacitância e a auto-indutância do circuito e a indutância mútua entre o circuito e o fio retilíneo (de corrente i) podem e devem ser desprezadas.
(a) Obtenha uma expressão para a corrente elétrica no circuito, I, como função da distância x da barra ao fio, explicitando, ademais, o sentido de tal corrente. [Sugestão: não precisa deduzir o campo magnético de uma corrente retilínea estacionária, muito longa.] [1,2 ponto]
(b) Obtenha uma expressão para a taxa temporal de dissipação de energia, pelo efeito Joule, na barra, como função de x. [0,6 ponto]
(c) Obtenha uma expressão para a força externa que precisa ser aplicada à barra para manter a sua velocidade constante. [0,8 ponto]



Gabarito para Versão $\boxed{\text{A}}$

Seção 1. Múltipla escolha (8×0,6 = 4,8 pontos)

1. (a)
2. (a)
3. (c)
4. (b)
5. (h)
6. (d)
7. (e)
8. (h)

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **Resolução:**

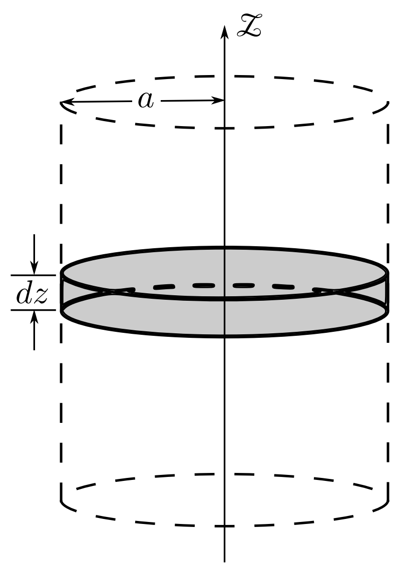
(a) [0,5]

No (sub-)cilindro sombreado, de raio a, com altura ou espessura infinitesimal dz, coaxial com o cilindro interno, teremos a seguinte quantidade infinitesimal de carga elétrica:

$$\begin{aligned} dq &= \int_{r=0}^{a} \rho(r)\, 2\pi r\, dr\, dz \\ &= \int_{r=0}^{a} \frac{A}{r}\, 2\pi r\, dr\, dz \\ &= 2\pi A \int_{r=0}^{a} dr\, dz \\ &= 2\pi A a\, dz\,. \end{aligned}$$

Logo, a quantidade de carga por unidade de comprimento axial será

$$\boxed{\lambda := \frac{dq}{dz} = 2\pi A a\,.}$$



■

(b) [0,7]

• <u>$0 \le r \le a$</u>:
Devido à simetria cilíndrica da distribuição de carga, o campo elétrico deve ter somente componente radial, sendo esta função apenas da coordenada radial r:

$$\vec{\boldsymbol{E}} = E_r(r)\,\hat{\boldsymbol{r}}\,.$$

Isso sugere, pois, aplicar a lei de Gauss para determinar tal campo elétrico, escolhendo como superfície gaussiana, $\mathcal{S}$, uma superfície cilíndrica circular, coaxial com o cilindro interno e a casca externa. Suporemos que o raio genérico de tal gaussiana é justamente r e que sua altura é L, de modo que a expressão do fluxo do campo elétrico reduz-se a

$$\begin{aligned} \Phi_{\vec{\boldsymbol{E}}} &:= \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}} \\ &= \oint_{\mathcal{S}} E_r(r)\,\hat{\boldsymbol{r}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}} \\ &= \int_{\mathcal{S}_{\text{lat}}} E_r(r)\, dA \\ &= E_r(r) A_{\text{lat}} \\ &= E_r(r) 2\pi r L\,. \end{aligned}$$

Por sua vez, a carga total encerrada por tal gaussiana é [cf. item (a)]

$$\begin{aligned} Q(r) &= \int_{r'=0}^{r} \rho(r')\, 2\pi r'\, dr'\, L \\ &= 2\pi A r L\,. \end{aligned}$$

Logo, pela lei de Gauss,

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{A}{\varepsilon_0}\,\hat{\boldsymbol{r}}\,.}$$

■

(c) [0,5]

• <u>$a \le r < b$</u>:
A expressão genérica do fluxo continua como dada acima, no item (b), e a carga encerrada agora é

$$Q(r) = \lambda L\,.$$

Logo,

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\hat{\boldsymbol{r}} = \frac{Aa}{\varepsilon_0 r}\,\hat{\boldsymbol{r}}\,.}$$

■

(d) [0,4]

• <u>$b \le r \le c$</u>:
Como o sistema em geral e a casca condutora em particular estão em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico (macroscópico) dentro da casca é, por definição de condutor e de equilíbrio eletrostático, nulo:

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \vec{\boldsymbol{0}}\,.}$$

■

(e) [0,5]

• $\underline{c < r < +\infty}$:
A expressão genérica do fluxo continua como dada acima, no item (b), e a carga encerrada mais uma vez é

$$Q(r) = \lambda L\,.$$

Logo,

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\hat{\boldsymbol{r}} = \frac{Aa}{\varepsilon_0 r}\,\hat{\boldsymbol{r}}\,.}$$

■

2. **Resolução:**
(a) [1,2 ponto]

Isto é um problema típico de força eletromotriz de movimento. Como a superfície (plana), $\mathcal{S}$, delimitada pelos trilhos e a barra deslizante tem área progressivamente maior e o campo magnético gerado pelo fio longo aponta, através da referida superfície $\mathcal{S}$, para fora do papel, o campo magnético induzido terá de ter a direção perpendicular à folha de papel e o sentido para dentro; logo, a corrente induzida terá o sentido **horário**.

No que concerne sua intensidade, raciocinamos da seguinte forma. O campo da corrente estacionária ao longo do fio retilíneo, a uma distância x, é

$$\vec{\boldsymbol{B}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi x}\,\hat{\boldsymbol{\varphi}}\,.$$

Destarte, o fluxo, quando a barra está na posição x, é

$$\begin{aligned}
\Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}} &:= \int_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}}\\
&= \int_{x'=a}^{x} \frac{\mu_0 i}{2\pi x'}\,L dx'\\
&= \frac{\mu_0 i L}{2\pi}\int_{x'=a}^{x}\frac{1}{x'}\,dx'\\
&= \frac{\mu_0 i L}{2\pi}\ln\left(\frac{x}{a}\right)\,.
\end{aligned}$$

Pela lei de Faraday, a correspondente fem induzida será, pois,

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{\text{ind}} &= -\frac{d\Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}}}{dt}\\
&= -\frac{\mu_0 i L v}{2\pi x}\,.
\end{aligned}$$

Finalmente, já que a capacitância e auto-indutância do circuito, assim como a indutância mútua entre ele e o fio longo são desprezíveis, a intensidade da corrente elétrica induzida será, então

$$\boxed{I = \frac{\mu_0 i L v}{2\pi x R}\,.}$$

■

(b) [0,6 ponto]

Através de um fio condutor ôhmico, com resistência R e corrente I, sujeito a uma fem $\mathcal{E}$, há uma potência dissipada dada por

$$P = \mathcal{E}I = RI^2 = \mathcal{E}^2/R\,.$$

Logo,

$$\boxed{P = \frac{\mu_0^2 i^2 L^2 v^2}{4\pi^2 x^2 R}\,.}$$

■

(c) [0,8 ponto]

Para que a velocidade da barra se mantenha constante, uma força externa, $\vec{\boldsymbol{F}}_{\text{ext}}$, deve ser aplicada para contrabalançar a força magnética, $\vec{\boldsymbol{F}}_{\text{m}}$, sobre a barra, devida ao fio longo. Logo,

$$\begin{aligned}
F_{\text{ext}} &= F_{\text{m}}\\
&= ILB\,.
\end{aligned}$$

Então, usando I e B do item (a), vem

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{F}}_{\text{ext}} = \frac{\mu_0^2 i^2 L^2 v}{4\pi^2 x^2 R}\,\hat{\boldsymbol{x}}\,,}$$

onde o vetor unitário $\hat{\boldsymbol{x}}$ aponta, no caso, da direita para a esquerda.

■

Universidade Federal do Rio de Janeiro – Instituto de Física
Física III – 2014/1 – Prova Final: 26/05/2014
Versão: $\boxed{\text{B}}$

Formulário

$$\vec{F}_e = q\vec{E}\,, \qquad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\imath^2}\hat{\imath} \;\; (\varepsilon_0 = 8{,}85\times 10^{-12}\ \text{F/m}), \qquad \oint_{\mathcal{S}} \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}\,, \qquad \vec{E} = -\vec{\nabla}V\,, \qquad V = k_0\frac{q}{\imath}\,,$$

$$U = k_0\frac{qq'}{\imath}\,, \qquad C = Q/V\,, \qquad u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\,, \qquad I = \int_{\mathcal{S}} \vec{J}\cdot d\vec{A}\,, \qquad \vec{J} = nq\vec{v}\,, \qquad V = RI\,, \qquad P = VI\,,$$

$$\vec{F}_m = q\vec{v}\times\vec{B}\,, \qquad d\vec{F}_m = Id\vec{\ell}\times\vec{B}\,, \qquad \oint_{\mathcal{S}} \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0\,, \qquad \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{C}\frac{Id\vec{\ell}\times\hat{\imath}}{\imath^2}\,,$$

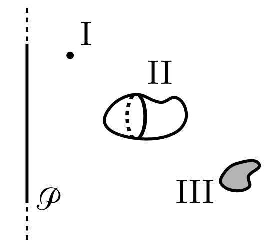
$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enc}} + \mu_0\epsilon_0\frac{d\Phi_{\vec{E}}}{dt}\,, \qquad \mathcal{E}_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi_{\vec{B}}}{dt}\,, \qquad \Phi_{\vec{B}} = LI\,, \qquad u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$$

Seção 1. Múltipla escolha (8×0,6 = 4,8 pontos)

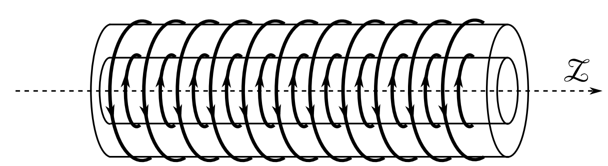
1. Analise as seguintes afirmativas: (I) Em uma certa região do espaço, a carga elétrica total é zero; logo, em qualquer ponto de sua superfície fronteiriça, o campo elétrico também é zero; (II) Em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico no interior de um material isolante, é, necessariamente, zero; e (III) Se um condutor, em equilíbrio eletrostático, é neutro, então a densidade superficial de carga em qualquer ponto de sua superfície é nula. Qual(is) é(são) verdadeira(s)?
   (a) Apenas a I.
   (b) Apenas a II.
   (c) Apenas a III.
   (d) Apenas a I e a II.
   (e) Apenas a I e a III.
   (f) Apenas a II e a III.
   (g) Todas são verdadeiras.
   (h) Nenhuma é verdadeira.

2. Analise as seguintes afirmativas: (I) As linhas de campo elétrico nunca se iniciam em um ponto no espaço; (II) As linhas de campo elétrico nunca se cruzam em um ponto do espaço; e (III) As linhas de campo elétrico nunca são fechadas. Qual(is) é(são) verdadeira(s)?
   (a) Apenas a I.
   (b) Apenas a II.
   (c) Apenas a III.
   (d) Apenas a I e a II.
   (e) Apenas a I e a III.
   (f) Apenas a II e a III.
   (g) Todas são verdadeiras.
   (h) Nenhuma é verdadeira.

3. Próximo a um plano (infinito) $\mathcal{P}$, com densidade superficial de carga $\sigma = \text{const} \neq 0$, temos três sistemas, todos com a mesma carga elétrica (não nula): (I) uma partícula (pontual), (II) um sólido uniformemente carregado, e (III) uma chapa bi-dimensional, também uniformemente carregada. Assinale a opção que melhor indica a relação entre os módulos das forças elétricas devidas ao plano sobre cada um dos sistemas.
   (a) $F_{\text{I}} = F_{\text{II}} = F_{\text{III}}$.
   (b) $F_{\text{I}} > F_{\text{II}} > F_{\text{III}}$.
   (c) $F_{\text{II}} > F_{\text{III}} > F_{\text{I}}$.
   (d) $F_{\text{I}} > F_{\text{II}} > F_{\text{III}}$.
   (e) $F_{\text{I}} > F_{\text{III}} > F_{\text{II}}$.



4. Cada um de dois longos solenóides coaxiais é percorrido por uma corrente elétrica estacionária, de mesma intensidade I, porém com sentidos contrários. Ambos os solenóide têm o mesmo comprimento L, sendo que o interno possui raio R_{i} e N_{i} voltas, ao passo que o externo possui raio R_{e} e N_{e} voltas, sendo $L \gg R_{\text{e}} > R_{\text{i}}$ e $N_{\text{i}}, N_{\text{e}} \gg 1$. Sendo r a distância até o eixo comum dos solenóides, e considerando o campo magnético fora dos dois solenóides igual a $\mathbf{0}$, podemos expressar o campo magnético dentro do solenóide interno $(0 \le r < R_i)$ e entre os dois solenóides $(R_i < r < R_e)$, respectivamente, como



   (a) $\mu_0\,(N_{\text{e}} - N_{\text{i}})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $\mu_0 N_{\text{e}} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
   (b) $\mu_0\,(N_{\text{i}} - N_{\text{e}})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $-\mu_0 N_{\text{e}} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
   (c) $\mu_0 N_{\text{e}} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $\mu_0\,(N_{\text{e}} - N_{\text{i}})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
   (d) $-\mu_0 N_{\text{e}} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $\mu_0\,(N_{\text{i}} - N_{\text{e}})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
   (e) $\mu_0\,(N_{\text{e}} - N_{\text{i}})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/r$; $\mu_0 N_{\text{e}} I\hat{\boldsymbol{z}}/r$.

5. Dois fios retilíneos muito longos, paralelos, a uma distância de 1 m entre si, transportam, cada um, uma corrente elétrica estacionária de 1 A. O módulo da força magnética por unidade de comprimento que cada um exerce sobre o outro é
   (a) $4\pi\mu_0$ A^2/m.
   (b) $2\pi\mu_0$ A^2/m.
   (c) $\pi\mu_0$ A^2/m.
   (d) μ_0/π A^2/m.
   (e) $\mu_0/(2\pi)$ A^2/m.
   (f) $\mu_0/(4\pi)$ A^2/m.

6. Um fio de cobre, cuja resistividade elétrica é $2{,}0\times10^{-8}$ Ω·m e constante dielétrica praticamente igual a 1, tem área de seção reta uniforme igual a 4 mm^2. Num dado instante, a corrente que passa pelo fio é de 20 A, mas está crescendo à taxa de $5{,}0\times10^3$ A/s. O número que melhor se aproxima da razão entre a corrente de deslocamento dentro do fio e a corrente de condução, nesse instante, é
   (a) 10^{-5}.
   (b) 10^{-10}.
   (c) 10^{-16}.
   (d) 1.
   (e) 10^{5}.
   (f) 10^{10}.
   (g) 10^{16}.

7. Qual das afirmações abaixo é verdadeira?
   (a) A capacitância de um capacitor, por definição, é a quantidade total de carga que ele pode acumular.
   (b) Ao variarmos a diferença de potencial entre as placas de um capacitor dado, fixo, de placas paralelas, variamos a sua capacitância.
   (c) Para um capacitor dado, fixo, de placas paralelas, ao dobrarmos a carga em cada placa, dobramos a sua capacitância.
   (d) A capacitância de um capacitor dado, fixo, aumenta, quando inserimos algum material isolante entre suas placas, todo o resto mantendo-se inalterado.
   (e) Ao dobrarmos a carga armazenada em um dado capacitor, também dobramos a energia armazenada nele.

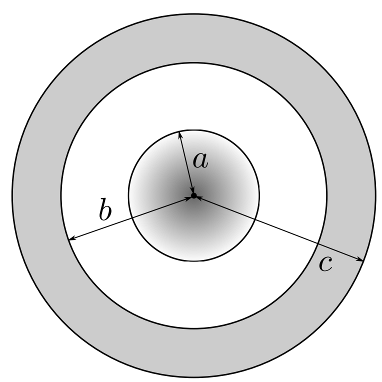
8. Considere as seguintes afirmações: (I) Em uma dada região, existe, originalmente, um campo magnético constante (estacionário e uniforme) e uma superfície aberta plana. Se o módulo de tal campo for dobrado e a área da superfície for quadruplicada, mantendo-se plana e com a mesma orientação, então o fluxo de campo magnético, através da nova superfície, cresce por um fator quatro, em comparação com a antiga superfície; (II) De acordo com a lei de Faraday, a condição necessária e suficiente para que uma força eletromotriz seja induzida em um circuito fechado é a presença no circuito de um campo magnético que varia com o tempo; e (III) Se uma espira condutora próxima a um ímã começa a afastar-se desse, então surge uma força repulsiva entre o ímã e a espira. Qual(is) é(são) a(s) afirmativa(s) correta(s)?

   (a) Somente a I.
   (b) Somente a II.
   (c) Somente a III.
   (d) Somente a I e a II.
   (e) Somente a I e a III.
   (f) Somente a II e a III.
   (g) Todas estão corretas.
   (h) Nenhuma está correta.

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

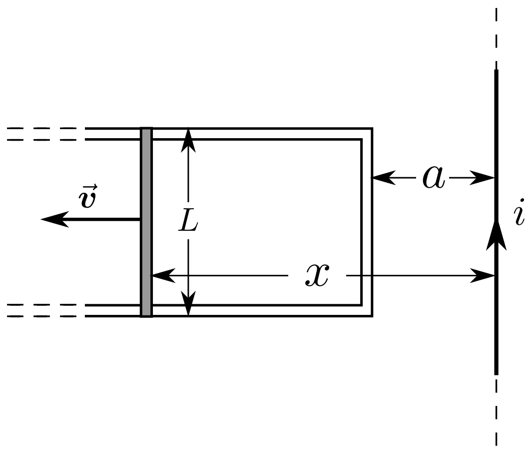
Todas as respostas devem ter justificativas!

1. [2,6 pontos] Um cilindro circular, muito longo, possui uma densidade volumar de carga elétrica estacionária, mas não uniforme $\rho(r) = A/r$, onde $A =$ const e r é a usual coordenada radial, medida a partir do eixo de simetria do cilindro. Envolvendo tal cilindro, temos uma casca cilíndrica circular espessa, coaxial, também muito longa, de raios interno b e externo c, condutora e neutra.
(a) Determine a carga por unidade de comprimento axial, no cilindro interno. [0,5 ponto]
(b) Determine o campo elétrico em um ponto genérico dentro do cilindro interno, com coordenada radial $0 \leq r \leq a$. [0,7 ponto]
(c) Determine o campo elétrico em um ponto genérico na região entre os dois cilindros, com coordenada radial $a \leq r < b$. [0,5 ponto]
(d) Determine o campo elétrico em um ponto genérico dentro da casca condutora, com coordenada radial $b < r < c$. [0,4 ponto]
(e) Determine o campo elétrico em um ponto genérico na região exterior aos dois cilindros, com coordenada radial $c < r < \infty$. [0,5 ponto]



2.

[2,6 pontos] A figura mostra uma barra retilínea condutora, de massa m, comprimento L e resistência elétrica R, movendo-se com uma velocidade constante $\vec{v}$ ao longo de trilhos condutores, retilíneos horizontais, fixos. Tal circuito está sob ação de um campo magnético gerado por uma corrente elétrica estacionária i fluindo por um fio retilíneo longo, paralelo à barra e no mesmo plano do circuito. A resistência dos trilhos, assim como a capacitância e a auto-indutância do circuito e a indutância mútua entre o circuito e o fio retilíneo (de corrente i) podem e devem ser desprezadas.
(a) Obtenha uma expressão para a corrente elétrica no circuito, I, como função da distância x da barra ao fio, explicitando, ademais, o sentido de tal corrente. [Sugestão: não precisa deduzir o campo magnético de uma corrente retilínea estacionária, muito longa.] [1,2 ponto]
(b) Obtenha uma expressão para a taxa temporal de dissipação de energia, pelo efeito Joule, na barra, como função de x. [0,6 ponto]
(c) Obtenha uma expressão para a força externa que precisa ser aplicada à barra para manter a sua velocidade constante. [0,8 ponto]



Gabarito para Versão $\boxed{\text{B}}$

Seção 1. Múltipla escolha (8×0,6 = 4,8 pontos)

1. (h)
2. (b)
3. (a)
4. (a)
5. (e)
6. (c)
7. (d)
8. (h)

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **Resolução:**

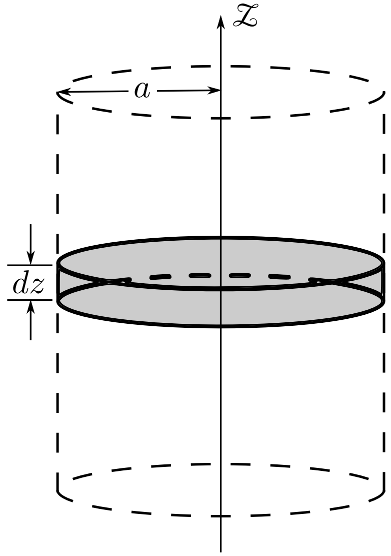
(a) [0,5]

No (sub-)cilindro sombreado, de raio a, com altura ou espessura infinitesimal dz, coaxial com o cilindro interno, teremos a seguinte quantidade infinitesimal de carga elétrica:

$$
\begin{aligned}
dq &= \int_{r=0}^{a} \rho(r)\, 2\pi r\, dr\, dz \\
&= \int_{r=0}^{a} \frac{A}{r}\, 2\pi r\, dr\, dz \\
&= 2\pi A \int_{r=0}^{a} dr\, dz \\
&= 2\pi A a\, dz\,.
\end{aligned}
$$

Logo, a quantidade de carga por unidade de comprimento axial será

$$\boxed{\lambda := \frac{dq}{dz} = 2\pi A a\,.}$$



■

(b) [0,7]

• $\underline{0 \leq r \leq a}$:
Devido à simetria cilíndrica da distribuição de carga, o campo elétrico deve ter somente componente radial, sendo esta função apenas da coordenada radial r:

$$\vec{\boldsymbol{E}} = E_r(r)\,\hat{\boldsymbol{r}}\,.$$

Isso sugere, pois, aplicar a lei de Gauss para determinar tal campo elétrico, escolhendo como superfície gaussiana, $\mathcal{S}$, uma superfície cilíndrica circular, coaxial com o cilindro interno e a casca externa. Suporemos que o raio genérico de tal gaussiana é justamente r e que sua altura é L, de modo que a expressão do fluxo do campo elétrico reduz-se a

$$
\begin{aligned}
\Phi_{\vec{\boldsymbol{E}}} &:= \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}} \\
&= \oint_{\mathcal{S}} E_r(r)\,\hat{\boldsymbol{r}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}} \\
&= \int_{\mathcal{S}_{\text{lat}}} E_r(r)\, dA \\
&= E_r(r) A_{\text{lat}} \\
&= E_r(r) 2\pi r L\,.
\end{aligned}
$$

Por sua vez, a carga total encerrada por tal gaussiana é [cf. item (a)]

$$
\begin{aligned}
Q(r) &= \int_{r'=0}^{r} \rho(r')\, 2\pi r'\, dr'\, L \\
&= 2\pi A r L\,.
\end{aligned}
$$

Logo, pela lei de Gauss,

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{A}{\varepsilon_0}\,\hat{\boldsymbol{r}}\,.}$$

■

(c) [0,5]

• $\underline{a \leq r < b}$:
A expressão genérica do fluxo continua como dada acima, no item (b), e a carga encerrada agora é

$$Q(r) = \lambda L\,.$$

Logo,

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\hat{\boldsymbol{r}} = \frac{Aa}{\varepsilon_0 r}\,\hat{\boldsymbol{r}}\,.}$$

■

(d) [0,4]

• $\underline{b \leq r < c}$:
Como o sistema em geral e a casca condutora em particular estão em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico (macroscópico) dentro da casca é, por definição de condutor e de equilíbrio eletrostático, nulo:

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \vec{\boldsymbol{0}}\,.}$$

■

(e) [0,5]

• $\underline{c < r < +\infty}$:
A expressão genérica do fluxo continua como dada acima, no item (b), e a carga encerrada mais uma vez é

$$Q(r) = \lambda L\,.$$

Logo,

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\hat{\boldsymbol{r}} = \frac{Aa}{\varepsilon_0 r}\,\hat{\boldsymbol{r}}\,.}$$

■

2. **Resolução:**
(a) [1,2 ponto]

Isto é um problema típico de força eletromotriz de movimento. Como a superfície (plana), $\mathcal{S}$, delimitada pelos trilhos e a barra deslizante tem área progressivamente maior e o campo magnético gerado pelo fio longo aponta, através da referida superfície $\mathcal{S}$, para fora do papel, o campo magnético induzido terá de ter a direção perpendicular à folha de papel e o sentido para dentro; logo, a corrente induzida terá o sentido **horário**.

No que concerne sua intensidade, raciocinamos da seguinte forma. O campo da corrente estacionária ao longo do fio retilíneo, a uma distância x, é

$$\vec{\boldsymbol{B}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi x}\,\hat{\boldsymbol{\varphi}}\,.$$

Destarte, o fluxo, quando a barra está na posição x, é

$$\begin{aligned}
\Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}} &:= \int_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}} \\
&= \int_{x'=a}^{x} \frac{\mu_0 i}{2\pi x'}\,L dx' \\
&= \frac{\mu_0 i L}{2\pi} \int_{x'=a}^{x} \frac{1}{x'}\,dx' \\
&= \frac{\mu_0 i L}{2\pi} \ln\left(\frac{x}{a}\right)\,.
\end{aligned}$$

Pela lei de Faraday, a correspondente fem induzida será, pois,

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{\text{ind}} &= -\frac{d\Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}}}{dt} \\
&= -\frac{\mu_0 i L v}{2\pi x}\,.
\end{aligned}$$

Finalmente, já que a capacitância e auto-indutância do circuito, assim como a indutância mútua entre ele e o fio longo são desprezíveis, a intensidade da corrente elétrica induzida será, então

$$\boxed{I = \frac{\mu_0 i L v}{2\pi x R}\,.}$$

■

(b) [0,6 ponto]

Através de um fio condutor ôhmico, com resistência R e corrente I, sujeito a uma fem $\mathcal{E}$, há uma potência dissipada dada por

$$P = \mathcal{E}I = RI^2 = \mathcal{E}^2/R\,.$$

Logo,

$$\boxed{P = \frac{\mu_0^2 i^2 L^2 v^2}{4\pi^2 x^2 R}\,.}$$

■

(c) [0,8 ponto]

Para que a velocidade da barra se mantenha constante, uma força externa, $\vec{\boldsymbol{F}}_{\text{ext}}$, deve ser aplicada para contrabalançar a força magnética, $\vec{\boldsymbol{F}}_{\text{m}}$, sobre a barra, devida ao fio longo. Logo,

$$\begin{aligned}
F_{\text{ext}} &= F_{\text{m}} \\
&= ILB\,.
\end{aligned}$$

Então, usando I e B do item (a), vem

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{F}}_{\text{ext}} = \frac{\mu_0^2 i^2 L^2 v}{4\pi^2 x^2 R}\,\hat{\boldsymbol{x}}\,,}$$

onde o vetor unitário $\hat{\boldsymbol{x}}$ aponta, no caso, da direita para a esquerda.

■

Universidade Federal do Rio de Janeiro – Instituto de Física
Física III – 2014/1 – Prova Final: 26/05/2014
Versão: $\boxed{\text{C}}$

Formulário

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\rm e} = q\vec{\boldsymbol{E}}\,, \qquad \vec{\boldsymbol{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\mathscr{r}^2}\hat{\boldsymbol{\mathscr{r}}} \;\; (\varepsilon_0 = 8{,}85\times 10^{-12}\ \text{F/m}), \qquad \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{E}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}} = \frac{Q_{\rm int}}{\varepsilon_0}\,, \qquad \vec{\boldsymbol{E}} = -\vec{\boldsymbol{\nabla}}V\,, \qquad V = k_0\frac{q}{\mathscr{r}}\,,$$

$$U = k_0\frac{qq'}{\mathscr{r}}\,, \qquad C = Q/V\,, \qquad u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\,, \qquad I = \int_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{J}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}}\,, \qquad \vec{\boldsymbol{J}} = nq\vec{\boldsymbol{v}}\,, \qquad V = RI\,, \qquad P = VI\,,$$

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\rm m} = q\vec{\boldsymbol{v}}\times\vec{\boldsymbol{B}}\,, \qquad d\vec{\boldsymbol{F}}_{\rm m} = Id\vec{\boldsymbol{\ell}}\times\vec{\boldsymbol{B}}\,, \qquad \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}} = 0\,, \qquad \vec{\boldsymbol{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{\mathcal{C}} \frac{Id\vec{\boldsymbol{\ell}}\times\hat{\boldsymbol{\mathscr{r}}}}{\mathscr{r}^2}\,,$$

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I_{\rm enc} + \mu_0\epsilon_0\frac{d\Phi_{\vec{\boldsymbol{E}}}}{dt}\,, \qquad \mathcal{E}_{\rm ind} = -\frac{d\Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}}}{dt}\,, \qquad \Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}} = LI\,, \qquad u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$$

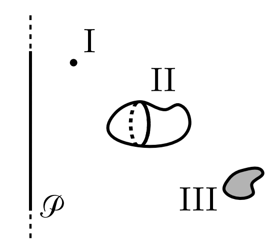
Seção 1. Múltipla escolha ($8\times 0{,}6 = 4{,}8$ pontos)

1. Analise as seguintes afirmativas: (I) As linhas de campo elétrico nunca se iniciam em um ponto no espaço; (II) As linhas de campo elétrico nunca se cruzam em um ponto do espaço; e (III) As linhas de campo elétrico nunca são fechadas. Qual(is) é(são) verdadeira(s)?

   (a) Apenas a I.
   (b) Apenas a II.
   (c) Apenas a III.
   (d) Apenas a I e a II.
   (e) Apenas a I e a III.
   (f) Apenas a II e a III.
   (g) Todas são verdadeiras.
   (h) Nenhuma é verdadeira.

2. Próximo a um plano (infinito) $\mathscr{P}$, com densidade superficial de carga $\sigma = \text{const} \neq 0$, temos três sistemas, todos com a mesma carga elétrica (não nula): (I) uma partícula (pontual), (II) um sólido uniformemente carregado, e (III) uma chapa bi-dimensional, também uniformemente carregada. Assinale a opção que melhor indica a relação entre os módulos das forças elétricas devidas ao plano sobre cada um dos sistemas.

   (a) $F_{\rm I} = F_{\rm II} = F_{\rm III}$.
   (b) $F_{\rm I} > F_{\rm II} > F_{\rm III}$.
   (c) $F_{\rm II} > F_{\rm III} > F_{\rm I}$.
   (d) $F_{\rm I} > F_{\rm II} > F_{\rm III}$.
   (e) $F_{\rm I} > F_{\rm III} > F_{\rm II}$.



3. Analise as seguintes afirmativas: (I) Em uma certa região do espaço, a carga elétrica total é zero; logo, em qualquer ponto de sua superfície fronteiriça, o campo elétrico também é zero; (II) Em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico no interior de um material isolante, é, necessariamente, zero; e (III) Se um condutor, em equilíbrio eletrostático, é neutro, então a densidade superficial de carga em qualquer ponto de sua superfície é nula. Qual(is) é(são) verdadeira(s)?

   (a) Apenas a I.
   (b) Apenas a II.
   (c) Apenas a III.
   (d) Apenas a I e a II.
   (e) Apenas a I e a III.
   (f) Apenas a II e a III.
   (g) Todas são verdadeiras.
   (h) Nenhuma é verdadeira.

4. Qual das afirmações abaixo é verdadeira?

   (a) A capacitância de um capacitor, por definição, é a quantidade total de carga que ele pode acumular.
   (b) Ao variarmos a diferença de potencial entre as placas de um capacitor dado, fixo, de placas paralelas, variamos a sua capacitância.
   (c) Para um capacitor dado, fixo, de placas paralelas, ao dobrarmos a carga em cada placa, dobramos a sua capacitância.
   (d) A capacitância de um capacitor dado, fixo, aumenta, quando inserimos algum material isolante entre suas placas, todo o resto mantendo-se inalterado.
   (e) Ao dobrarmos a carga armazenada em um dado capacitor, também dobramos a energia armazenada nele.

5. Considere as seguintes afirmações: (I) Em uma dada região, existe, originalmente, um campo magnético constante (estacionário e uniforme) e uma superfície aberta plana. Se o módulo de tal campo for dobrado e a área da superfície for quadruplicada, mantendo-se plana e com a mesma orientação, então o fluxo de campo magnético, através da nova superfície, cresce por um fator quatro, em comparação com a antiga superfície; (II) De acordo com a lei de Faraday, a condição necessária e suficiente para que uma força eletromotriz seja induzida em um circuito fechado é a presença no circuito de um campo magnético que varia com o tempo; e (III) Se uma espira condutora próxima a um ímã começa a afastar-se desse, então surge uma força repulsiva entre o ímã e a espira. Qual(is) é(são) a(s) afirmativa(s) correta(s)?

   (a) Somente a I.
   (b) Somente a II.
   (c) Somente a III.
   (d) Somente a I e a II.
   (e) Somente a I e a III.
   (f) Somente a II e a III.
   (g) Todas estão corretas.
   (h) Nenhuma está correta.

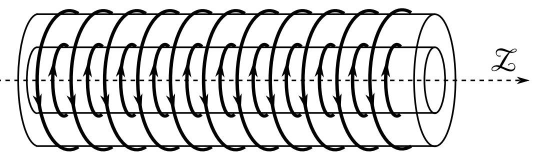
6. Dois fios retilíneos muito longos, paralelos, a uma distância de 1 m entre si, transportam, cada um, uma corrente elétrica estacionária de 1 A. O módulo da força magnética por unidade de comprimento que cada um exerce sobre o outro é

   (a) $4\pi\mu_0$ A^2/m.
   (b) $2\pi\mu_0$ A^2/m.
   (c) $\pi\mu_0$ A^2/m.
   (d) μ_0/π A^2/m.
   (e) $\mu_0/(2\pi)$ A^2/m.
   (f) $\mu_0/(4\pi)$ A^2/m.

7. Um fio de cobre, cuja resistividade elétrica é $2{,}0\times10^{-8}$ $\Omega\cdot$m e constante dielétrica praticamente igual a 1, tem área de seção reta uniforme igual a 4 mm^2. Num dado instante, a corrente que passa pelo fio é de 20 A, mas está crescendo à taxa de $5{,}0\times10^3$ A/s. O número que melhor se aproxima da razão entre a corrente de deslocamento dentro do fio e a corrente de condução, nesse instante, é

(a) 10^{-5}.
(b) 10^{-10}.
(c) 10^{-16}.
(d) 1 .
(e) 10^{5}.
(f) 10^{10}.
(g) 10^{16}.

8. Cada um de dois longos solenóides coaxiais é percorrido por uma corrente elétrica estacionária, de mesma intensidade I, porém com sentidos contrários. Ambos os solenóide têm o mesmo comprimento L, sendo que o interno possui raio $R_{\rm i}$ e $N_{\rm i}$ voltas, ao passo que o externo possui raio $R_{\rm e}$ e $N_{\rm e}$ voltas, sendo $L \gg R_{\rm e} > R_{\rm i}$ e $N_{\rm i}, N_{\rm e} \gg 1$. Sendo r a distância até o eixo comum dos solenóides, e considerando o campo magnético fora dos dois solenóides igual a $\mathbf{0}$, podemos expressar o campo magnético dentro do solenóide interno $(0 \le r < R_i)$ e entre os dois solenóides $(R_i < r < R_e)$, respectivamente, como

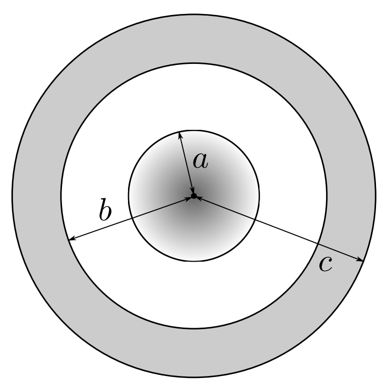


(a) $\mu_0\,(N_{\rm e} - N_{\rm i})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $\mu_0 N_{\rm e} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
(b) $\mu_0\,(N_{\rm i} - N_{\rm e})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $-\mu_0 N_{\rm e} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
(c) $\mu_0 N_{\rm e} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $\mu_0\,(N_{\rm e} - N_{\rm i})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
(d) $-\mu_0 N_{\rm e} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $\mu_0\,(N_{\rm i} - N_{\rm e})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
(e) $\mu_0\,(N_{\rm e} - N_{\rm i})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/r$; $\mu_0 N_{\rm e} I\hat{\boldsymbol{z}}/r$.

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

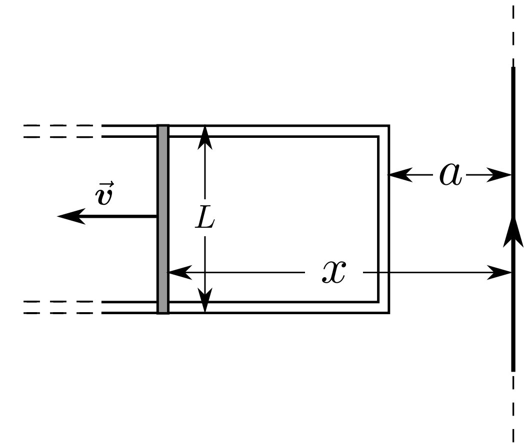
Todas as respostas devem ter justificativas!

1. [2,6 pontos] Um cilindro circular, muito longo, possui uma densidade volumar de carga elétrica estacionária, mas não uniforme $\rho(r) = A/r$, onde $A =$ const e r é a usual coordenada radial, medida a partir do eixo de simetria do cilindro. Envolvendo tal cilindro, temos uma casca cilíndrica circular espessa, coaxial, também muito longa, de raios interno b e externo c, condutora e neutra.
(a) Determine a carga por unidade de comprimento axial, no cilindro interno. [0,5 ponto]
(b) Determine o campo elétrico em um ponto genérico dentro do cilindro interno, com coordenada radial $0 \le r \le a$. [0,7 ponto]
(c) Determine o campo elétrico em um ponto genérico na região entre os dois cilindros, com coordenada radial $a \le r < b$. [0,5 ponto]
(d) Determine o campo elétrico em um ponto genérico dentro da casca condutora, com coordenada radial $b < r < c$. [0,4 ponto]
(e) Determine o campo elétrico em um ponto genérico na região exterior aos dois cilindros, com coordenada radial $c < r < \infty$. [0,5 ponto]



2.

[2,6 pontos] A figura mostra uma barra retilínea condutora, de massa m, comprimento L e resistência elétrica R, movendo-se com uma velocidade constante $\vec{\boldsymbol{v}}$ ao longo de trilhos condutores, retilíneos horizontais, fixos. Tal circuito está sob ação de um campo magnético gerado por uma corrente elétrica estacionária i fluindo por um fio retilíneo longo, paralelo à barra e no mesmo plano do circuito. A resistência dos trilhos, assim como a capacitância e a auto-indutância do circuito e a indutância mútua entre o circuito e o fio retilíneo (de corrente i) podem e devem ser desprezadas.
(a) Obtenha uma expressão para a corrente elétrica no circuito, I, como função da distância x da barra ao fio, explicitando, ademais, o sentido de tal corrente. [Sugestão: não precisa deduzir o campo magnético de uma corrente retilínea estacionária, muito longa.] [1,2 ponto]
(b) Obtenha uma expressão para a taxa temporal de dissipação de energia, pelo efeito Joule, na barra, como função de x. [0,6 ponto]
(c) Obtenha uma expressão para a força externa que precisa ser aplicada à barra para manter a sua velocidade constante. [0,8 ponto]



Gabarito para Versão $\boxed{\text{C}}$

Seção 1. Múltipla escolha (8×0,6 = 4,8 pontos)

1. (b)
2. (a)
3. (h)
4. (d)
5. (h)
6. (e)
7. (c)
8. (a)

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **Resolução:**

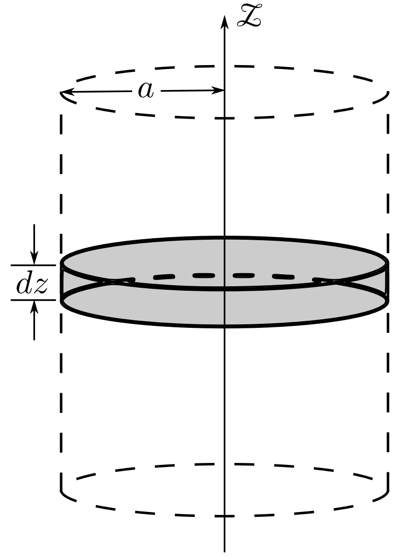
(a) [0,5]

No (sub-)cilindro sombreado, de raio a, com altura ou espessura infinitesimal dz, coaxial com o cilindro interno, teremos a seguinte quantidade infinitesimal de carga elétrica:

$$\begin{aligned} dq &= \int_{r=0}^{a} \rho(r)\, 2\pi r\, dr\, dz \\ &= \int_{r=0}^{a} \frac{A}{r}\, 2\pi r\, dr\, dz \\ &= 2\pi A \int_{r=0}^{a} dr\, dz \\ &= 2\pi A a\, dz\,. \end{aligned}$$

Logo, a quantidade de carga por unidade de comprimento axial será

$$\boxed{\lambda := \frac{dq}{dz} = 2\pi A a\,.}$$



■

(b) [0,7]

• $\underline{0 \le r \le a}$:
Devido à simetria cilíndrica da distribuição de carga, o campo elétrico deve ter somente componente radial, sendo esta função apenas da coordenada radial r:

$$\vec{\boldsymbol{E}} = E_r(r)\,\hat{\boldsymbol{r}}\,.$$

Isso sugere, pois, aplicar a lei de Gauss para determinar tal campo elétrico, escolhendo como superfície gaussiana, $\mathcal{S}$, uma superfície cilíndrica circular, coaxial com o cilindro interno e a casca externa. Suporemos que o raio genérico de tal gaussiana é justamente r e que sua altura é L, de modo que a expressão do fluxo do campo elétrico reduz-se a

$$\begin{aligned} \Phi_{\vec{\boldsymbol{E}}} &:= \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}} \\ &= \oint_{\mathcal{S}} E_r(r)\,\hat{\boldsymbol{r}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}} \\ &= \int_{\mathcal{S}_{\text{lat}}} E_r(r)\, dA \\ &= E_r(r) A_{\text{lat}} \\ &= E_r(r) 2\pi r L\,. \end{aligned}$$

Por sua vez, a carga total encerrada por tal gaussiana é [cf. item (a)]

$$\begin{aligned} Q(r) &= \int_{r'=0}^{r} \rho(r')\, 2\pi r'\, dr'\, L \\ &= 2\pi A r L\,. \end{aligned}$$

Logo, pela lei de Gauss,

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{A}{\varepsilon_0}\,\hat{\boldsymbol{r}}\,.}$$

■

(c) [0,5]

• $\underline{a \le r < b}$:
A expressão genérica do fluxo continua como dada acima, no item (b), e a carga encerrada agora é

$$Q(r) = \lambda L\,.$$

Logo,

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\hat{\boldsymbol{r}} = \frac{Aa}{\varepsilon_0 r}\,\hat{\boldsymbol{r}}\,.}$$

■

(d) [0,4]

• $\underline{b \le r \le c}$:
Como o sistema em geral e a casca condutora em particular estão em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico (macroscópico) dentro da casca é, por definição de condutor e de equilíbrio eletrostático, nulo:

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \vec{\boldsymbol{0}}\,.}$$

■

(e) [0,5]

• $\underline{c < r < +\infty}$:
A expressão genérica do fluxo continua como dada acima, no item (b), e a carga encerrada mais uma vez é

$$Q(r) = \lambda L \,.$$

Logo,

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\hat{\boldsymbol{r}} = \frac{Aa}{\varepsilon_0 r}\,\hat{\boldsymbol{r}}\,.}$$

■

2. **Resolução:**

(a) [1,2 ponto]

Isto é um problema típico de força eletromotriz de movimento. Como a superfície (plana), $\mathcal{S}$, delimitada pelos trilhos e a barra deslizante tem área progressivamente maior e o campo magnético gerado pelo fio longo aponta, através da referida superfície $\mathcal{S}$, para fora do papel, o campo magnético induzido terá de ter a direção perpendicular à folha de papel e o sentido para dentro; logo, a corrente induzida terá o sentido **horário**.

No que concerne sua intensidade, raciocinamos da seguinte forma. O campo da corrente estacionária ao longo do fio retilíneo, a uma distância x, é

$$\vec{\boldsymbol{B}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi x}\,\hat{\boldsymbol{\varphi}}\,.$$

Destarte, o fluxo, quando a barra está na posição x, é

$$\begin{aligned}
\Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}} &:= \int_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}} \\
&= \int_{x'=a}^{x} \frac{\mu_0 i}{2\pi x'}\,L dx' \\
&= \frac{\mu_0 i L}{2\pi}\int_{x'=a}^{x}\frac{1}{x'}\,dx' \\
&= \frac{\mu_0 i L}{2\pi}\ln\left(\frac{x}{a}\right)\,.
\end{aligned}$$

Pela lei de Faraday, a correspondente fem induzida será, pois,

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{\text{ind}} &= -\frac{d\Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}}}{dt} \\
&= -\frac{\mu_0 i L v}{2\pi x}\,.
\end{aligned}$$

Finalmente, já que a capacitância e auto-indutância do circuito, assim como a indutância mútua entre ele e o fio longo são desprezíveis, a intensidade da corrente elétrica induzida será, então

$$\boxed{I = \frac{\mu_0 i L v}{2\pi x R}\,.}$$

■

(b) [0,6 ponto]

Através de um fio condutor ôhmico, com resistência R e corrente I, sujeito a uma fem $\mathcal{E}$, há uma potência dissipada dada por

$$P = \mathcal{E} I = R I^2 = \mathcal{E}^2/R\,.$$

Logo,

$$\boxed{P = \frac{\mu_0^2 i^2 L^2 v^2}{4\pi^2 x^2 R}\,.}$$

■

(c) [0,8 ponto]

Para que a velocidade da barra se mantenha constante, uma força externa, $\vec{\boldsymbol{F}}_{\text{ext}}$, deve ser aplicada para contrabalançar a força magnética, $\vec{\boldsymbol{F}}_{\text{m}}$, sobre a barra, devida ao fio longo. Logo,

$$\begin{aligned}
F_{\text{ext}} &= F_{\text{m}} \\
&= ILB\,.
\end{aligned}$$

Então, usando I e B do item (a), vem

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{F}}_{\text{ext}} = \frac{\mu_0^2 i^2 L^2 v}{4\pi^2 x^2 R}\,\hat{\boldsymbol{x}}\,,}$$

onde o vetor unitário $\hat{\boldsymbol{x}}$ aponta, no caso, da direita para a esquerda.

■

Universidade Federal do Rio de Janeiro – Instituto de Física
Física III – 2014/1 – Prova Final: 26/05/2014
Versão: $\boxed{\text{D}}$

Formulário

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\rm e} = q\vec{\boldsymbol{E}}\,, \qquad \vec{\boldsymbol{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\imath^2}\hat{\boldsymbol{\imath}} \;\; (\varepsilon_0 = 8{,}85\times 10^{-12}\ \text{F/m}), \qquad \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{E}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}} = \frac{Q_{\rm int}}{\varepsilon_0}\,, \qquad \vec{\boldsymbol{E}} = -\vec{\boldsymbol{\nabla}}V\,, \qquad V = k_0\frac{q}{\imath}\,,$$

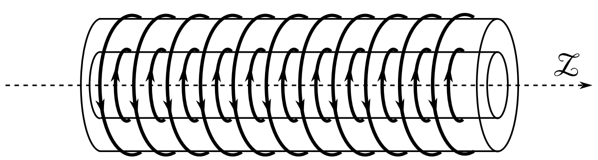
$$U = k_0\frac{qq'}{\imath}\,, \qquad C = Q/V\,, \qquad u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\,, \qquad I = \int_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{J}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}}\,, \qquad \vec{\boldsymbol{J}} = nq\vec{\boldsymbol{v}}\,, \qquad V = RI\,, \qquad P = VI\,,$$

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\rm m} = q\vec{\boldsymbol{v}}\times\vec{\boldsymbol{B}}\,, \qquad d\vec{\boldsymbol{F}}_{\rm m} = Id\vec{\boldsymbol{\ell}}\times\vec{\boldsymbol{B}}\,, \qquad \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}} = 0\,, \qquad \vec{\boldsymbol{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{\mathcal{C}} \frac{Id\vec{\boldsymbol{\ell}}\times\hat{\boldsymbol{\imath}}}{\imath^2}\,,$$

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I_{\rm enc} + \mu_0\epsilon_0\frac{d\Phi_{\vec{\boldsymbol{E}}}}{dt}\,, \qquad \mathcal{E}_{\rm ind} = -\frac{d\Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}}}{dt}\,, \qquad \Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}} = LI\,, \qquad u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$$

Seção 1. Múltipla escolha (8×0,6 = 4,8 pontos)

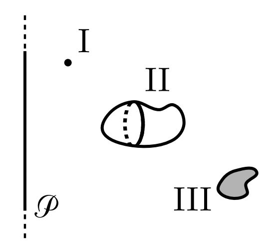
1. Cada um de dois longos solenóides coaxiais é percorrido por uma corrente elétrica estacionária, de mesma intensidade I, porém com sentidos contrários. Ambos os solenóide têm o mesmo comprimento L, sendo que o interno possui raio $R_{\rm i}$ e $N_{\rm i}$ voltas, ao passo que o externo possui raio $R_{\rm e}$ e $N_{\rm e}$ voltas, sendo $L \gg R_{\rm e} > R_{\rm i}$ e $N_{\rm i}, N_{\rm e} \gg 1$. Sendo r a distância até o eixo comum dos solenóides, e considerando o campo magnético fora dos dois solenóides igual a **0**, podemos expressar o campo magnético dentro do solenóide interno $(0 \le r < R_i)$ e entre os dois solenóides $(R_i < r < R_e)$, respectivamente, como



(a) $\mu_0\,(N_{\rm e} - N_{\rm i})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $\mu_0 N_{\rm e} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
(b) $\mu_0\,(N_{\rm i} - N_{\rm e})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $-\mu_0 N_{\rm e} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
(c) $\mu_0 N_{\rm e} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $\mu_0\,(N_{\rm e} - N_{\rm i})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
(d) $-\mu_0 N_{\rm e} I\hat{\boldsymbol{z}}/L$; $\mu_0\,(N_{\rm i} - N_{\rm e})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/L$.
(e) $\mu_0\,(N_{\rm e} - N_{\rm i})\,I\hat{\boldsymbol{z}}/r$; $\mu_0 N_{\rm e} I\hat{\boldsymbol{z}}/r$.

2. Próximo a um plano (infinito) $\mathscr{P}$, com densidade superficial de carga $\sigma = \text{const} \neq 0$, temos três sistemas, todos com a mesma carga elétrica (não nula): (I) uma partícula (pontual), (II) um sólido uniformemente carregado, e (III) uma chapa bi-dimensional, também uniformemente carregada. Assinale a opção que melhor indica a relação entre os módulos das forças elétricas devidas ao plano sobre cada um dos sistemas.

(a) $F_{\rm I} = F_{\rm II} = F_{\rm III}$.
(b) $F_{\rm I} > F_{\rm II} > F_{\rm III}$.
(c) $F_{\rm II} > F_{\rm III} > F_{\rm I}$.
(d) $F_{\rm I} > F_{\rm II} > F_{\rm III}$.
(e) $F_{\rm I} > F_{\rm III} > F_{\rm II}$.



3. Analise as seguintes afirmativas: (I) As linhas de campo elétrico nunca se iniciam em um ponto no espaço; (II) As linhas de campo elétrico nunca se cruzam em um ponto do espaço; e (III) As linhas de campo elétrico nunca são fechadas. Qual(is) é(são) verdadeira(s)?

(a) Apenas a I.
(b) Apenas a II.
(c) Apenas a III.
(d) Apenas a I e a II.
(e) Apenas a I e a III.
(f) Apenas a II e a III.
(g) Todas são verdadeiras.
(h) Nenhuma é verdadeira.

4. Dois fios retilíneos muito longos, paralelos, a uma distância de 1 m entre si, transportam, cada um, uma corrente elétrica estacionária de 1 A. O módulo da força magnética por unidade de comprimento que cada um exerce sobre o outro é

(a) $4\pi\mu_0$ A^2/m.
(b) $2\pi\mu_0$ A^2/m.
(c) $\pi\mu_0$ A^2/m.
(d) μ_0/π A^2/m.
(e) $\mu_0/(2\pi)$ A^2/m.
(f) $\mu_0/(4\pi)$ A^2/m.

5. Qual das afirmações abaixo é verdadeira?

(a) A capacitância de um capacitor, por definição, é a quantidade total de carga que ele pode acumular.
(b) Ao variarmos a diferença de potencial entre as placas de um capacitor dado, fixo, de placas paralelas, variamos a sua capacitância.
(c) Para um capacitor dado, fixo, de placas paralelas, ao dobrarmos a carga em cada placa, dobramos a sua capacitância.
(d) A capacitância de um capacitor dado, fixo, aumenta, quando inserimos algum material isolante entre suas placas, todo o resto mantendo-se inalterado.
(e) Ao dobrarmos a carga armazenada em um dado capacitor, também dobramos a energia armazenada nele.

6. Um fio de cobre, cuja resistividade elétrica é $2{,}0\times10^{-8}$ Ω·m e constante dielétrica praticamente igual a 1, tem área de seção reta uniforme igual a 4 mm^2. Num dado instante, a corrente que passa pelo fio é de 20 A, mas está crescendo à taxa de $5{,}0\times10^3$ A/s. O número que melhor se aproxima da razão entre a corrente de deslocamento dentro do fio e a corrente de condução, nesse instante, é

(a) 10^{-5}.
(b) 10^{-10}.
(c) 10^{-16}.
(d) 1.
(e) 10^{5}.
(f) 10^{10}.
(g) 10^{16}.

7. Analise as seguintes afirmativas: (I) Em uma certa região do espaço, a carga elétrica total é zero; logo, em qualquer ponto de sua superfície fronteiriça, o campo elétrico também é zero; (II) Em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico no interior de um material isolante, é, necessariamente, zero; e (III) Se um condutor, em equilíbrio eletrostático, é neutro, então a densidade superficial de carga em qualquer ponto de sua superfície é nula. Qual(is) é(são) verdadeira(s)?

(a) Apenas a I.
(b) Apenas a II.
(c) Apenas a III.
(d) Apenas a I e a II.
(e) Apenas a I e a III.
(f) Apenas a II e a III.
(g) Todas são verdadeiras.
(h) Nenhuma é verdadeira.

8. Considere as seguintes afirmações: (I) Em uma dada região, existe, originalmente, um campo magnético constante (estacionário e uniforme) e uma superfície aberta plana. Se o módulo de tal campo for dobrado e a área da superfície for quadruplicada, mantendo-se plana e com a mesma orientação, então o fluxo de campo magnético, através da nova superfície, cresce por um fator quatro, em comparação com a antiga superfície; (II) De acordo com a lei de Faraday, a condição necessária e suficiente para que uma força eletromotriz seja induzida em um circuito fechado é a presença no circuito de um campo magnético que varia com o tempo; e (III) Se uma espira condutora próxima a um ímã começa a afastar-se desse, então surge uma força repulsiva entre o ímã e a espira. Qual(is) é(são) a(s) afirmativa(s) correta(s)?

(a) Somente a I.

(b) Somente a II.

(c) Somente a III.

(d) Somente a I e a II.

(e) Somente a I e a III.

(f) Somente a II e a III.

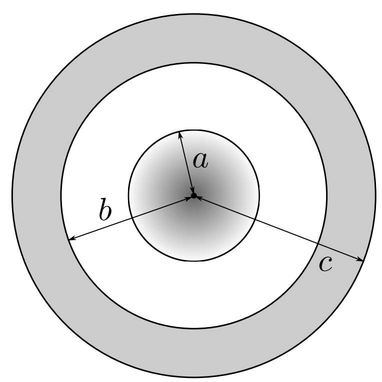
(g) Todas estão corretas.

(h) Nenhuma está correta.

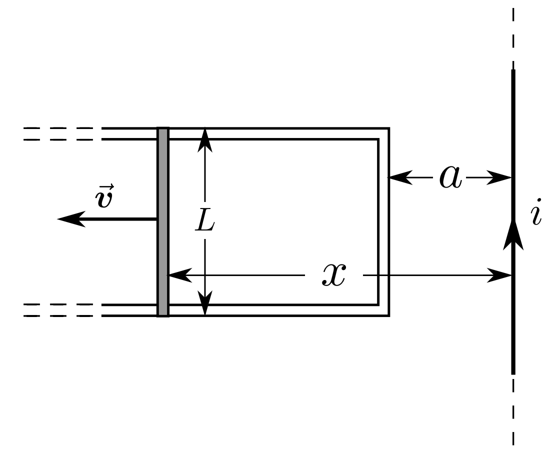
Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

Todas as respostas devem ter justificativas!

1. [2,6 pontos] Um cilindro circular, muito longo, possui uma densidade volumar de carga elétrica estacionária, mas não uniforme $\rho(r) = A/r$, onde $A =$ const e r é a usual coordenada radial, medida a partir do eixo de simetria do cilindro. Envolvendo tal cilindro, temos uma casca cilíndrica circular espessa, coaxial, também muito longa, de raios interno b e externo c, condutora e neutra.
(a) Determine a carga por unidade de comprimento axial, no cilindro interno. [0,5 ponto]
(b) Determine o campo elétrico em um ponto genérico dentro do cilindro interno, com coordenada radial $0 \leq r \leq a$. [0,7 ponto]
(c) Determine o campo elétrico em um ponto genérico na região entre os dois cilindros, com coordenada radial $a \leq r < b$. [0,5 ponto]
(d) Determine o campo elétrico em um ponto genérico dentro da casca condutora, com coordenada radial $b < r < c$. [0,4 ponto]
(e) Determine o campo elétrico em um ponto genérico na região exterior aos dois cilindros, com coordenada radial $c < r < \infty$. [0,5 ponto]



2. [2,6 pontos] A figura mostra uma barra retilínea condutora, de massa m, comprimento L e resistência elétrica R, movendo-se com uma velocidade constante $\vec{v}$ ao longo de trilhos condutores, retilíneos horizontais, fixos. Tal circuito está sob ação de um campo magnético gerado por uma corrente elétrica estacionária i fluindo por um fio retilíneo longo, paralelo à barra e no mesmo plano do circuito. A resistência dos trilhos, assim como a capacitância e a auto-indutância do circuito e a indutância mútua entre o circuito e o fio retilíneo (de corrente i) podem e devem ser desprezadas.
(a) Obtenha uma expressão para a corrente elétrica no circuito, I, como função da distância x da barra ao fio, explicitando, ademais, o sentido de tal corrente. [Sugestão: não precisa deduzir o campo magnético de uma corrente retilínea estacionária, muito longa.] [1,2 ponto]
(b) Obtenha uma expressão para a taxa temporal de dissipação de energia, pelo efeito Joule, na barra, como função de x. [0,6 ponto]
(c) Obtenha uma expressão para a força externa que precisa ser aplicada à barra para manter a sua velocidade constante. [0,8 ponto]



Gabarito para Versão $\boxed{\text{D}}$

Seção 1. Múltipla escolha (8×0,6 = 4,8 pontos)

1. (a)
2. (a)
3. (b)
4. (e)
5. (d)
6. (c)
7. (h)
8. (h)

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **Resolução:**

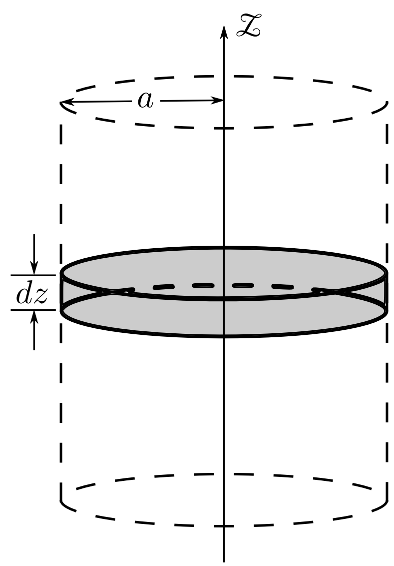
(a) [0,5]

No (sub-)cilindro sombreado, de raio a, com altura ou espessura infinitesimal dz, coaxial com o cilindro interno, teremos a seguinte quantidade infinitesimal de carga elétrica:

$$
\begin{aligned}
dq &= \int_{r=0}^{a} \rho(r)\, 2\pi r\, dr\, dz \\
&= \int_{r=0}^{a} \frac{A}{r}\, 2\pi r\, dr\, dz \\
&= 2\pi A \int_{r=0}^{a} dr\, dz \\
&= 2\pi A a\, dz\, .
\end{aligned}
$$

Logo, a quantidade de carga por unidade de comprimento axial será

$$
\boxed{\lambda := \frac{dq}{dz} = 2\pi A a\, .}
$$



■

(b) [0,7]

• $\underline{0 \le r \le a}$:
Devido à simetria cilíndrica da distribuição de carga, o campo elétrico deve ter somente componente radial, sendo esta função apenas da coordenada radial r:

$$
\vec{\boldsymbol{E}} = E_r(r)\, \hat{\boldsymbol{r}}\, .
$$

Isso sugere, pois, aplicar a lei de Gauss para determinar tal campo elétrico, escolhendo como superfície gaussiana, $\mathcal{S}$, uma superfície cilíndrica circular, coaxial com o cilindro interno e a casca externa. Suporemos que o raio genérico de tal gaussiana é justamente r e que sua altura é L, de modo que a expressão do fluxo do campo elétrico reduz-se a

$$
\begin{aligned}
\Phi_{\vec{\boldsymbol{E}}} &:= \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}} \\
&= \oint_{\mathcal{S}} E_r(r)\, \hat{\boldsymbol{r}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}} \\
&= \int_{\mathcal{S}_{\text{lat}}} E_r(r)\, dA \\
&= E_r(r) A_{\text{lat}} \\
&= E_r(r) 2\pi r L\, .
\end{aligned}
$$

Por sua vez, a carga total encerrada por tal gaussiana é [cf. item (a)]

$$
\begin{aligned}
Q(r) &= \int_{r'=0}^{r} \rho(r')\, 2\pi r'\, dr'\, L \\
&= 2\pi A r L\, .
\end{aligned}
$$

Logo, pela lei de Gauss,

$$
\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{A}{\varepsilon_0}\, \hat{\boldsymbol{r}}\, .}
$$

■

(c) [0,5]

• $\underline{a \le r < b}$:
A expressão genérica do fluxo continua como dada acima, no item (b), e a carga encerrada agora é

$$
Q(r) = \lambda L\, .
$$

Logo,

$$
\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\, \hat{\boldsymbol{r}} = \frac{Aa}{\varepsilon_0 r}\, \hat{\boldsymbol{r}}\, .}
$$

■

(d) [0,4]

• $\underline{b < r < c}$:
Como o sistema em geral e a casca condutora em particular estão em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico (macroscópico) dentro da casca é, por definição de condutor e de equilíbrio eletrostático, nulo:

$$
\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \vec{\boldsymbol{0}}\, .}
$$

■

(e) [0,5]

• $\underline{c < r < +\infty}$:
A expressão genérica do fluxo continua como dada acima, no item (b), e a carga encerrada mais uma vez é

$$Q(r) = \lambda L\,.$$

Logo,

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\hat{\boldsymbol{r}} = \frac{Aa}{\varepsilon_0 r}\,\hat{\boldsymbol{r}}\,.}$$

■

2. **Resolução:**
(a) [1,2 ponto]

Isto é um problema típico de força eletromotriz de movimento. Como a superfície (plana), $\mathcal{S}$, delimitada pelos trilhos e a barra deslizante tem área progressivamente maior e o campo magnético gerado pelo fio longo aponta, através da referida superfície $\mathcal{S}$, para fora do papel, o campo magnético induzido terá de ter a direção perpendicular à folha de papel e o sentido para dentro; logo, a corrente induzida terá o sentido **horário**.

No que concerne sua intensidade, raciocinamos da seguinte forma. O campo da corrente estacionária ao longo do fio retilíneo, a uma distância x, é

$$\vec{\boldsymbol{B}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi x}\,\hat{\boldsymbol{\varphi}}\,.$$

Destarte, o fluxo, quando a barra está na posição x, é

$$\begin{aligned}\Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}} &:= \int_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}} \\ &= \int_{x'=a}^{x} \frac{\mu_0 i}{2\pi x'}\,L dx' \\ &= \frac{\mu_0 i L}{2\pi} \int_{x'=a}^{x} \frac{1}{x'}\,dx' \\ &= \frac{\mu_0 i L}{2\pi} \ln\left(\frac{x}{a}\right)\,.\end{aligned}$$

Pela lei de Faraday, a correspondente fem induzida será, pois,

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{\text{ind}} &= -\frac{d\Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}}}{dt} \\ &= -\frac{\mu_0 i L v}{2\pi x}\,.\end{aligned}$$

Finalmente, já que a capacitância e auto-indutância do circuito, assim como a indutância mútua entre ele e o fio longo são desprezíveis, a intensidade da corrente elétrica induzida será, então

$$\boxed{I = \frac{\mu_0 i L v}{2\pi x R}\,.}$$

■

(b) [0,6 ponto]

Através de um fio condutor ôhmico, com resistência R e corrente I, sujeito a uma fem $\mathcal{E}$, há uma potência dissipada dada por

$$P = \mathcal{E} I = R I^2 = \mathcal{E}^2/R\,.$$

Logo,

$$\boxed{P = \frac{\mu_0^2 i^2 L^2 v^2}{4\pi^2 x^2 R}\,.}$$

■

(c) [0,8 ponto]

Para que a velocidade da barra se mantenha constante, uma força externa, $\vec{\boldsymbol{F}}_{\text{ext}}$, deve ser aplicada para contrabalançar a força magnética, $\vec{\boldsymbol{F}}_{\text{m}}$, sobre a barra, devida ao fio longo. Logo,

$$\begin{aligned}F_{\text{ext}} &= F_{\text{m}} \\ &= ILB\,.\end{aligned}$$

Então, usando I e B do item (a), vem

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{F}}_{\text{ext}} = \frac{\mu_0^2 i^2 L^2 v}{4\pi^2 x^2 R}\,\hat{\boldsymbol{x}}\,,}$$

onde o vetor unitário $\hat{\boldsymbol{x}}$ aponta, no caso, da direita para a esquerda.

■